

Riesenzahlen

Die Belohnung

Hört, was nach der Überlieferung vor vielen Jahrhunderten im alten Rom vor sich ging. Der Heerführer Terentius führte auf Befehl des Imperators einen siegreichen Feldzug und kehrte mit Kriegsbeute nach Rom zurück. Als er in der Hauptstadt eintraf, bat er um Audienz beim Kaiser. Der Kaiser empfing den Feldherrn gütig, dankte ihm herzlich für seine Kriegsdienste gegenüber dem Reich und versprach als Belohnung einen hohen Posten im Senat. I. Doch das wollte Terentius nicht. Er entgegnete: 'Viele habe ich erfochten, um Deine Macht zu vergrößern, Herrscher, und Deinen Namen mit Ruhm zu krönen. Ich fürchtete den Tod nicht, und hätte ich nicht eines, sondern viele Leben, alle würde ich sie Dir opfern. Doch ich bin des Kämpfens müde. Die Jugend ist dahin. Das Blut fließt langsamer in meinen Adern. Es ist an der Zeit, mich im Hause meiner Vorfahren auszuruhen und mich an den Freuden des häuslichen Lebens zu erquicken.'

'Was wünschst Du von mir, Terentius?' fragte der Kaiser. 'Schenke mir mit Nachsicht Gehör, Herrscher! In den langen Kriegsjahren, tagaus, tagein mit dem Schwert in der Hand, schaffe ich es nicht, mich finanziell sicher zu stellen. Ich bin arm, Herrscher...'

'Fahre fort, tapferer Terentius'.

'Willst Du Deinem bescheidenen Diener Belohnung schenken', fuhr der ermunterte Heerführer fort, 'so möge Deine Freigebigkeit mir helfen, friedlich in Wohlstand am häuslichen Herde weiterzuleben. Ich suche keine Ehre und keinen hohen Posten im allmächtigen Senat. Ich möchte mich zurückziehen von der Macht und dem öffentlichen Leben, um mich in Ruhe zu erholen. Herrscher gib mir Geld für einen gesicherten Lebensabend.'

Der Imperator, so besagt die Überlieferung, zeichnete sich nicht durch besondere Freigebigkeit aus. Er liebte es, Geld für sich anzuhäufen, und gab es ungern für andere aus: Die Bitte des Feldherrn veranlasste ihn, nachzudenken.

'Welche Summe, Terentius, würdest Du als ausreichend für Dich ansehen?' fragte er.

'Eine Million Dinar, Herrscher.' Erneut überlegte der Imperator. Der Feldherr wartete, den Kopf gesekt. Schließlich verkündete der Kaiser:

'Heldenhafter Terentius, Du bist ein großer Kämpfer und Deine ruhmvollen Siege verdienen eine großzügige Belohnung. Ich werde Dir Reichtum geben. Morgen, in der Mittagszeit erfährst Du meine Entscheidung.'

Terentius Verbeugte sich und ging.

II. Am folgenden Tag zur festgelegten Stunde erschien der Feldherr im Palast des Imperators.

'Sei begrüßt, kühner Terentius!' sagte der Kaiser. Terentius neigte ergeben das Haupt. 'Ich bin gekommen, Herrscher, um Dine Entscheidung zu hören. Du hast mir wohlwollend eine Belohnung verprochen.'

Der Kaiser antwortete: 'Ich möchte nicht, dass ein so edler Krieger wie Du für seine Heldentaten einen kärglichen Lohn erhält. Höre mich an. In der Staatskasse liegen 10 Millionen Kupfer-Asse (Anmerkung: 1 As, Münze mit einem Wert von 1/10 eines Dinars). Jetzt achte auf meine Worte. Du gehst in die Schatzkammer, nimmst eine Münze in die Hand, kehrst zurück und legst sie zu meinen Füßen. Am nächsten Tag gehst Du wieder dorthin, nimmst eine Münze im Wert von 2 Assen und legst sie hier neben die erste. Am dritten Tag bringst Du eine Münze im Wert von 4 Assen, am vierten - im Wert von 8 Assen, am fünften 16 und so weiter, ständig den Wert der Münze verdoppelnd. Ich befehle täglich für Dich Münzen des entsprechenden Wertes zu fertigen.'

Und solange Deine Kräfte reichen, die Münzen zu tragen, wirst Du sie aus meiner Kasse herbeiholen. Niemand darf Dir dabei helfen. Du darfst nur Deine eigene Kraft einsetzen, und wenn Du bemerkst, dass Du keine Münze mehr zu tragen vermagst, dann höre auf. Unsere Vereinbarung ist damit beendet. Doch alle Münzen, die Du wegzutragen vermochtest, gehören Dir und bleiben Dir als Belohnung.'

Begierig nahm Terentius jedes Wort des Kaisers auf. Er träumte von einer ungeheuren Menge Münzen, eine größer als die andere, die er aus der Schatzkammer heraustragen wird. 'Deine Gnade stellt mich zufrieden, Herrscher!' antwortete er mit frohem Lächeln. 'Deine Belohnung ist wahrhaftig freigiebig!'

III. Nun begannen die täglichen Besuche Terentius' in der Schatzkammer. Sie war nicht weit vom Audienzsaal des Kaisers entfernt. Und die ersten Gänge mit den Münzen bereiteten Terentius keine Mühe. Am ersten Tag trug er aus der Kasse nur 1 As weg. Das ist eine kleine Münze, 21 mm im Durchmesser und 5 g schwer. Leicht waren auch die zweiten, dritten, vierten, fünften und sechsten Gänge, als der Feldherr Münzen des doppelten, 4fachen, 8fachen, 16fachen und 32fachen Gewichtes trug. Die siebente Münze wog nach unseren Maßen 320g (3,2N) und hatte einen Durchmesser von ca. 8,5 cm.

Wichtiger Hinweis: An dieser Stelle sei erwähnt, dass sich das Gewicht einer Münze verachtfacht, wenn sich seine Maße, also Durchmesser und Dicke, verdoppeln. Denn das Volumen $2 \times 2 \times 2 = 8$ ist für das Gewicht, bei gleichbleibender Dichte, ausschlaggebend.

Am achten Tag mußte Terentius aus der Kasse eine Münze heraustragen, die 128 Einzelmünzen entsprach. Sie wog 640g und war etwa 10,5 cm breit. Am neunten Tag brachte Terentius eine Münze im Wert von 256 Einzelmünzen in den Saal des Kaisers, mit einem Durchmesser von 13cm hatte und 1,25 kg Gewicht. Am zwölften Tag erreichte die Münze einen Durchmesser von fast 27 cm und wog 10,25 kg. Der Kaiser, der bisher sehr leutselig den Feldherrn betrachtet hatte, verbarg nun seinen Triumph nicht mehr. Er sah, dass bereits 12 Gänge gemacht, aber aus der Kasse insgesamt nur etwas über 2000 Kupfermünzen weggetragen worden waren. Am 13. Tag brachte der tapfere Terentius eine Münze, die 4096 Einzelmünzen gleich kam. Sie war etwa 34 cm breit und wog 20,5 kg. Am 14. Tag schleppte Terentius eine Münze - 41 kg schwer und etwa 42 cm breit. 'Bist Du nicht erschöpft, mein tapferer Terentius?' fragte ihn der Kaiser, ein Lächeln unterdrückend. 'Nein, mein Herrscher', antwortete der Feldherr finster, den Schweiß von der Stirn wischend. Es kam der 15. Tag. Schwer war diesmal die Last für Terentius. Langsam schleppte er sich zum Kaiser hin, eine gewaltige Münze tragend, zusammengesetzt aus 16384 einzelnen Münzen. Sie erreicht 53 cm Breite und wog 80 kg - das Gewicht eines erwachsenen Kriegers. Am 16. Tag wankte der Heerführer unter der Last, die auf seinem Rücken lag. Es war eine Münze, die 32768 Einzelmünzen entsprach und 164 kg wog. Der Durchmesser erreichte 67 cm. Der Heerführer war entkräftet und keuchte. Der Kaiser lächelte...

Als Terentius am folgenden Tag in dem Empfangssaal des Kaiser erschien, wurde er mit lautem Gelächter empfangen. Er konnte die Last schon nicht mehr mit den Armen tragen und rollte sie vor sich her. Die Münze hatte einen Durchmesser von 84 cm und wog 328 kg. Sie entsprach dem Gewicht von 65536 Einzelmünzen. Der 18. Tag war Terentius' letzter Tag der Bereicherung. An diesem Tag endeten seine Besuche in der Kasse und seine Wanderungen mit der Last zum Saal

des Kaisers. Er mußte diesmal eine Münze schleppen, die 131072 Einzelmünzen gleichkam. Sie maß über einen Meter im Durchmesser und wog 655 kg. Seinen Speer als Hebel nutzend, rollte Terentius sie unter Aufbietung aller Kräfte mit Mühe in den Saal. Mit Getöse fiel die Riesenmünze dem Kaiser zu Füßen. Terentius war völlig erschöpft. 'Ich kann nicht mehr, es ist genug', hauchte er. Der Kaiser unterdrückte mit Mühe ein Gelächter der Zufriedenheit, als er sich vom vollen Erfolg seiner List überzeugte. Er befahl dem Schatzmeister auszurechnen, wie viel Asse Terentius insgesamt in den Saal getragen hatte. Der Schatzmeister führte das Geheiß aus und sagte: 'Herrscher, dank Deiner Freigiebigkeit erhielt der siegreiche Kriegsherr Terentius eine Belohnung von 262 143 Assen.' Damit gab der geizige Kaiser dem Heerführer etwa den vierzigsten Teil der Million Dinar, die Terentius von ihm erbeten hatte.

IV. Überprüfen wir die Rechnung des Schatzmeisters und zugleich das Gewicht der Münzen. Terentius trug folgende Münzen weg:

| | | | |
|------------|--------------|---------------|-----------|
| am 1. Tag | 1 As | | 5 Gramm |
| am 2. Tag | 2 Asse | | 10 Gramm |
| am 3. Tag | 4 Asse | | 20 Gramm |
| am 4. Tag | 8 Asse | | 40 Gramm |
| am 5. Tag | 16 Asse | | 80 Gramm |
| am 6. Tag | 32 Asse | | 160 Gramm |
| am 7. Tag | 64 Asse | | 320 Gramm |
| am 8. Tag | 128 Asse | | 640 Gramm |
| am 9. Tag | 256 Asse | 1 Kilogramm | 280 Gramm |
| am 10. Tag | 512 Asse | 2 Kilogramm | 560 Gramm |
| am 11. Tag | 1 024 Asse | 5 Kilogramm | 120 Gramm |
| am 12. Tag | 2 048 Asse | 10 Kilogramm | 240 Gramm |
| am 13. Tag | 4 096 Asse | 20 Kilogramm | 480 Gramm |
| am 14. Tag | 8 192 Asse | 40 Kilogramm | 960 Gramm |
| am 15. Tag | 16 384 Asse | 81 Kilogramm | 920 Gramm |
| am 16. Tag | 32 768 Asse | 163 Kilogramm | 840 Gramm |
| am 17. Tag | 65 536 Asse | 327 Kilogramm | 680 Gramm |
| am 18. Tag | 131 072 Asse | 655 Kilogramm | 360 Gramm |

V. Nach der Gaußschen Summenregel ist jede Zahl der 2. Spalte (Anzahl der Münzen) gleich allen vorausgehenden Zahlen derselben Spalte zusammen plus 1. Danach ergibt sich die Anzahl aller Asse für die 18 Tage. $2 \times 131072 - 1 = 262143$ Münzen.

Terentius hatte den Kaiser um eine Million Dinar gebeten, das sind 10 Millionen Asse.

Also erhielt er $10\,000\,000 : 262\,143 = 38$ mal weniger als die erbetene Summe.